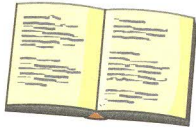


**Logbucheintrag:**



In dieser Exkursion kannst du interessante Eigenschaften geometrischer Figuren mit dem Computer erforschen. Die Ergebnisse deiner Entdeckungen sowie die Fragen und Probleme, die du bei deinen Forschungen hast, solltest du schriftlich zum Beispiel in einem Logbuch festhalten.

Mit einem Geometrieprogramm kann man eine Figur im „Zugmodus“ nachträglich verändern, indem man einen Punkt mit der Maus „ergreift“ und ihn bewegt. Hierbei wird die Konstruktion beibehalten. Die gesamte Figur ändert aber ihre Form. Dabei kann man die Eigenschaften einer besonderen Figur oder einer Abbildung verdeutlichen. Zusätzlich kann man auch die Änderung eines markierten Punktes – seine Ortslinie – aufzeichnen.

**Schnittpunkt der Mittelsenkrechten eines Dreiecks – Ortslinien beobachten**

In der nebenstehenden Figur wurde mit einem Geometrieprogramm zunächst ein Dreieck ABC festgelegt und danach der Schnittpunkt S der Mittelsenkrechten konstruiert. Dann wurde ein Kreis gezeichnet, auf dem der Punkt C liegt. Wenn nun der Punkt C auf dem Kreis bewegt und dabei die Ortslinie des Punktes S aufgezeichnet wird, entsteht die rot gefärbte Linie. Man beobachtet, dass der Schnittpunkt S der Mittelsenkrechten des Dreiecks sich vermutlich auf einer Strecke bewegt.

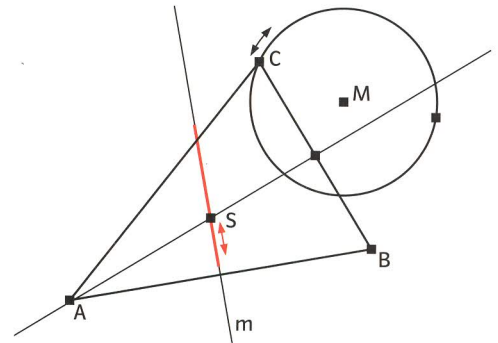


Fig. 1

Die Vermutung, dass die Ortslinie eine Strecke ist, kann mit der Eigenschaft der Mittelsenkrechten leicht begründet werden. Da die Strecke  $\overline{AB}$  bei der Bewegung des Punktes C auf dem Kreis ihre Lage nicht verändert, bleibt auch die Mittelsenkrechte  $m$  der Strecke  $\overline{AB}$  fest. Deshalb liegt der Punkt S für alle Lagen von C stets auf der Geraden  $m$ . Solange der Punkt C auf dem Kreis bewegt wird, wiederholt sich die Bewegung des Punktes S auf  $m$ .

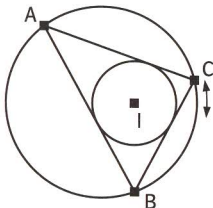


Fig. 2

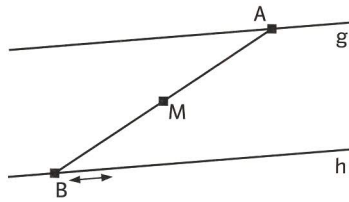


Fig. 3

**Geo** Wie verändert sich in Fig. 2 beim Dreieck ABC der Inkreis, wenn ein Punkt des Dreiecks auf dem Umkreis läuft? Gibt es Dreiecke, bei denen die Mittelpunkte der beiden Kreise zusammenfallen?

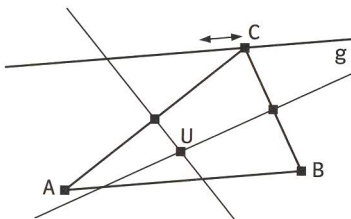


Fig. 4

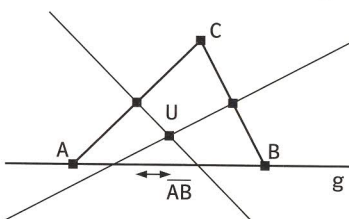


Fig. 5

**Geo** In Fig. 3 werden die parallelen Geraden  $g$  und  $h$  mit einer Querstrecke  $\overline{AB}$  verbunden. Welche Ortslinie beschreibt der Mittelpunkt von  $\overline{AB}$  wenn B auf  $h$  läuft.

**Geo** In Fig. 4 ist zum Dreieck ABC eine parallele Gerade  $g$  zu  $\overline{AB}$  durch den Punkt C gezeichnet. Wie ändert sich der Umkreis-mittelpunkt, wenn C auf  $g$  bewegt wird?

**Geo** In Fig. 5 ist eine Gerade durch  $\overline{AB}$  gezeichnet. Wo bewegt sich der Umkreis-mittelpunkt des Dreiecks ABC, wenn die Strecke  $\overline{AB}$  auf  $g$  verschoben wird?

**Tipp:**

Beim Zeichnen der Figur ist es vorteilhaft, zuerst eine Anfangsfigur festzulegen und dann die zu untersuchende Figur hineinzuzichnen, damit die Zeichnung beim Zugmodus nicht „wackelt“.

### Eigenschaften von Abbildungen sehen – die Achsenspiegelung

In der nebenstehenden Figur ist ein Dreieck  $ABC$  an der Geraden  $g$  gespiegelt. Das Bilddreieck ist deckungsgleich zum Ausgangsdreieck. Durch das Ziehen an den Punkten  $D$  und  $E$  oder den Punkten  $A$ ,  $B$  und  $C$  ändert sich die Figur.

**Geo** Variiere das Dreieck  $ABC$  und beobachte die Lage des Bilddreiecks. Welche Eigenschaften der Verbindungsstrecken  $\overline{AA'}$ ,  $\overline{BB'}$ , und  $\overline{CC'}$  zwischen einem Punkt und seinem Bildpunkt erkennst du?

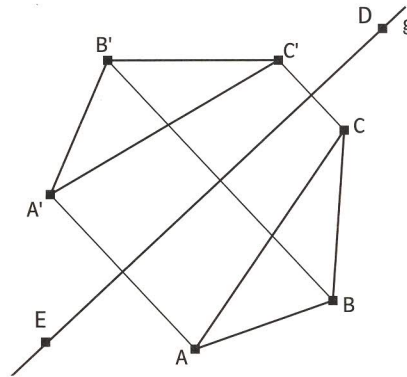


Fig. 1

**Geo** Versuche besondere Lagen der Dreiecke herzustellen und schreibe die besonderen Eigenschaften auf, die dabei entstehen. Zum Beispiel Situationen, bei denen

- die Eckpunkte auf verschiedenen Seiten der Spiegelachse liegen,
- die Eckpunkte der Ausgangsfigur mit der Bildfigur zusammenfallen,
- ein Dreieck gleichschenkelig oder gleichseitig ist,
- die beiden Dreiecke zusammen ein symmetrisches Dreieck ergeben,
- der Winkel bei  $C$   $90^\circ$  beträgt,
- das „Dreieck“  $ABC$  zu einer Strecke wird.

**Geo** Ergänze die Figur so, dass das Bilddreieck nochmals an einer Geraden  $h$  gespiegelt wird, welche die Gerade  $g$  schneidet. Untersuche dann den Zusammenhang zwischen der Ausgangsfigur und der Bildfigur nach zweimaliger Spiegelung an den Achsen  $g$  und  $h$ .

### Spiegelung an einem Kreis – eine Abbildung erfinden und untersuchen

#### Vereinbarung einer Abbildung

Gegeben ist ein Kreis. Ein Punkt  $P$  wird nach folgender Vorschrift auf den Punkt  $P'$  abgebildet:

- Die Punkte  $P$ ,  $M$  und  $P'$  liegen auf einer Geraden.
- Die Strecke  $\overline{PP'}$  wird von einer Kreislinie halbiert, d.h., es ist  $\overline{PQ} = \overline{P'Q}$ !

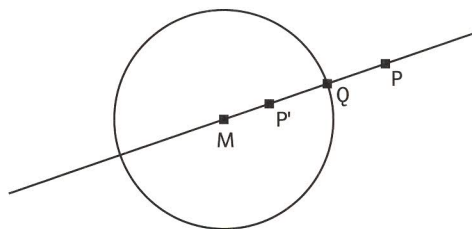


Fig. 2

#### Anregungen für eigene Experimente

**Geo** Konstruiere mit einem Geometrieprogramm die obige Figur so, dass sie die Abbildung ausführt.

**Geo** Untersuche, was passiert, wenn man Strecken, Geraden, Dreiecke und Kreise an der Kreislinie spiegelt und beschreibe die Eigenschaften der Spiegelbilder. Versuche auch Begründungen für deine Beobachtungen zu finden.

**Geo** Erfinde selbst eine eigene Abbildung und untersuche ihre Eigenschaften.

#### Tipps:

1. Es ist vorteilhaft, zuerst die Spiegelachse durch die Punkte  $D$  und  $E$  festzulegen, damit die Lage der Achse verändert werden kann.
2. Durch das Färben der Zeichnung lassen sich die einzelnen Objekte besser unterscheiden.

#### Tipps:

1. Für die Konstruktion des Bildpunktes  $P'$  aus dem Punkt  $P$  ist es wichtig, zuerst den gegebenen Kreis zu zeichnen und dann die Strecke  $\overline{PP'}$  mithilfe der Geraden  $\overline{MP}$  und ihrem Schnittpunkt  $Q$  mit dem Kreis zu konstruieren. Danach sollte man alle störenden Linien ausblenden.

2. Wenn man zur Abbildung eine Figur hinzuzeichnet, kann man das Bild einer Figur als Ortslinie von  $P'$  aufzeichnen, wenn der Punkt  $P$  an die Figur gebunden wird.

Weitere Tipps und Dateien zum Ausprobieren befinden sich unter [www.klett.de](http://www.klett.de) Lehrwerk-EXTRA.