Geometrie aus JuMa-Briefen und Klausuren

Aus JuMa-Briefen

1. (April 2008) Es sei ein Rechteck gegeben. dessen vier Winkelhalbierende ein Viereck begrenzen. Zeige, dass dann dieses Viereck immer ein Quadrat ist. (ab Klasse 7)

2. (Mai 2008) Zeige: Jede Winkelhalbierende eines Dreiecks hat mit der Mittelsenkrechten der gegenüberliegenden Dreiecksseite einen gemeinsamen Punkt auf dem Umkreis des Dreiecks.

3. (Mai 2008) Schneiden sich die Diagonalen eines Sehnenvierecks rechtwinklig im Punkt S, so halbiert die Lotgerade von S auf eine Viereckseite die jeweils gegenüberliegende Seite des Vierecks.

4. (Mai 2008) Satz (Über die Simson-Gerade): Für jeden Punkt P auf dem Umkreis eines Dreiecks liegen die Fußpunkte der Lote auf die drei Dreiecksseiten auf einer gemeinsamen Geraden.

5. (Mai 2008) Es sei ABC ein gleichseitiges Dreieck und D ein beliebiger Punkt auf seinem Umkreis.
   Zeige: Liegt D auf dem Komplementärbogen zum Bogen ACB, so gilt $|AD| + |BD| = |CD|$

6. (Mai 2011) In einem Dreieck ABC schneidet die Winkelhalbierende w des Winkels $\angle ACB$ die Strecke AB in D. Verwendet man die üblichen Bezeichnungen $|BC| = a, |AC| = b, |BD| = x$ und $|AD| = y$, so gilt $a\colon b = x\colon y$

Aus JuMa-Klausuren

1. (Januar 2012) In einem spitzwinkligen Dreieck ABC schneiden sich die Höhen im Punkt H. Die Fußpunkte der Höhen auf BC, CA und AB sind in dieser Reihenfolge D, E und F. Die Höhen zerlegen das Dreieck ABC in sechs rechtwinklige Dreiecke.
   a) Welche dieser sechs Dreiecke sind zueinander ähnlich?
   b) In welchem Verhältnis stehen die Fächeninhalte der Dreiecke ADC und BCE, wenn $|AC| = b = 5\ cm$ und $|BC| = a = 7\ cm$ ist?

2. (Juni 2011)
   a) In einem Dreieck ABC teilt A_1 die Strecke AC im Verhältnis $1\colon 2$. $|A_1C| = 2 \cdot |AA_1|$. B_1 teilt die Strecke BC ebenfalls im Verhältnis $1\colon 2$. $|B_1C| = 2 \cdot |B\ B_1|$. S ist der Schnittpunkt der Strecken AB_1 und BA_1. In welchen Verhältnissen werden die Strecken AB_1 und BA_1 durch S geteilt?
   b) In einem Dreieck ABC teilt A_1 die Strecke AC im Verhältnis $1\colon 2$. $|A_1C| = 2 \cdot |AA_1|$. B_1 teilt die Strecke BC im Verhältnis $2\colon 1$. $|BB_1| = 2 \cdot |B_1C|$. S ist der Schnittpunkt der Strecken AB_1 und BA_1. In welchen Verhältnissen werden die Strecken AB_1 und BA_1 durch S geteilt?

3. (Juni 2007): Auf einem Halbkreis k über dem Durchmesser AB sei ein (von A und B verschiedener) Punkt C gewählt. Die Senkrechte zu AB durch C schneide AB in H. Über AH und HB werden erneut Halbkreise k_A und k_B gezeichnet, so dass k, k_A und k_B alle auf derselben Seite der Geraden AB liegen. Weiter sei D der von A verschiedene Schnittpunkt der Geraden AC mit k_A und E der von B verschiedene Schnittpunkt der Geraden BC mit k_B.
   Zeige:
   a) Das Viereck $DHEC$ ist ein Rechteck.
   b) Die Gerade DE ist eine gemeinsame Tangente der beiden Halbkreise k_A und k_B.