

Die Positionen von Flugzeugen im Luftraum können durch Punkte in einem räumlichen Koordinatensystem beschrieben werden, bei dem die Erdoberfläche in der x-y-Ebene liegt. Die Sicherheitsrichtlinien für die Flugsicherungsbereiche deutscher Flughäfen besagen, dass (aufgrund der hohen Geschwindigkeiten) zwei fliegende Flugzeuge einen Mindestabstand von 1 km einzuhalten haben ($< 1\text{ km}$ spricht man von einem Fastzusammenstoß).

Probleme der Flugsicherheit können durch mathematische Methoden aus der analytischen Geometrie (Vektorrechnung) **und** Analysis behandelt/analysiert und gelöst werden.

Aufgabe:

- a) Eine Boeing 747 bewegt sich im Flugsicherungsbereich eines Flughafens vom Punkt $A(3|0|0)$ – alle Koordinaten in km – pro Minute um den Geschwindigkeitsvektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ – alle Koordinaten in km/min. Zum gleichen Zeitpunkt, zu dem sich die Boeing an A befindet, fliegt ein Privatjet am Punkt $B(3|3|0)$ mit der Geschwindigkeit $\vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ vorbei. Bestimme den Abstand der beiden Flugzeuge zum Zeitpunkt $t=0\text{ min}$ und $t=1\text{ min}$.
- b) Gib die allgemeinen Punkte A_t und B_t in Abhängigkeit von t an, die die Koordinaten der beiden Flugzeuge zu jedem Zeitpunkt t bestimmen. Bestimme den Abstandsvektor \vec{AB}_t .
- c) Untersuche, ob die beiden Flugzeuge die Sicherheitsrichtlinie bezüglich ihres Abstandes einhalten. Notiere in Stichworten dein Vorgehen. *Tipp: \sqrt{x} wird minimal, wenn x minimal wird.*
- d) Bestimme einen Startort für die Boeing 747, so dass es bei den gegebenen Geschwindigkeitsvektoren zu einem Zusammenstoß kommt. Kannst du alle Möglichkeiten angeben?
- e) HA: Visualisiere die „Raumkurven“ der beiden Flugzeuge in einem selbst gebastelten KOSY (siehe Modellierungshilfe).



Hinweis: Unter der Raumkurve/Bahnkurve(Kondensstrahlen in den Fotos unten) versteht man die Menge aller Punkte, auf denen das Flugzeug sich im Laufe der Zeit befunden hat oder noch befinden wird. Aber zu einem Zeitpunkt befindet sich das Flugzeug immer an genau einem Punkt (Ort). Deswegen unterscheidet man die Raumkurve von der Ortskurve $\vec{r}(t)$, welche angibt, an welchem Ort sich das Flugzeug zur Zeit t befindet.

Modellierungshilfe:

Das Zeichnen von Schrägbildern oder Normalbildern (in verschiedenen Metriken) ist ein gutes Hilfsmittel. Dennoch ist es manchmal nicht hinreichend, um sich den Sachverhalt vollkommen zu veranschaulichen. Das räumliche Vorstellungsvermögen kann durch ein einfaches Modell eines 3-dimensionalen KOSY unterstützt werden: Das Klapp auf – klapp zu KOSY.

Bastle nach den Anleitungen ein solches KOSY, zeichne auch die Achsen (x,y,z) ein und zeichne die Gitternetzlinien auf allen Ebenen dünn ein. Lasse jedoch die Skalierung der Achsen offen. Ansonsten sind deiner Kreativität keine Grenzen gesetzt.

